

ПРИМЕНЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ УКРАИНЫ

Белоцерковский А.Б., Замула А.А.

Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»,
belocerk@mail.ru

На сегодняшний день Украина удовлетворяет свои потребности в энергопотреблении приблизительно на 53% и импортирует 75% необходимого объема природного газа, 85% сырой нефти и нефтепродуктов. Такая структура топливо-энергетических ресурсов (ТЭР) является экономически несостоятельной. Это порождает зависимость экономики Украины от стран-экспортеров нефти и газа и является угрозой для ее энергетической и национальной безопасности [1]. Эффективным способом исследования эффективности использования ТЭР в энергетике и в других отраслях промышленности является математическое моделирование, которое позволяет представить реальную систему в виде математических и логических соотношений, описывающих структуру и функции реальной системы. Хотя математическая модель и отличается по своей природе от оригинала, однако исследование свойств оригинала с помощью экономико-математической модели удобнее, дешевле, занимает меньше времени по сравнению с физическим моделированием, которое используется в технике (то есть имеет ту же природу, что и оригинал). Более того, целый ряд экономических систем невозможно изобразить с помощью физических моделей.

Экономико-математическая модель - это математическое описание экономического процесса или явления с целью его исследования и управления. Она включает в себя систему уравнений и неравенств математического описания экономических процессов и явлений, которые состоят из набора переменных и параметров [2]. Поэтому использование линейного программирования (ЛП) для решения оптимизационных задач в энергетике в электроэнергетике Украины является актуальным и имеет важное практическое значение.

Экономико-математическая модель общей задачи ЛП формулируется следующим образом [2].

Дана система ограничений

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i & (i = 1, 2, \dots, k) \\ \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i & (i = k+1, k+2, \dots, m) \end{cases} \quad (1)$$

и целевая функция

$$F = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2)$$

Необходимо найти такое решение системы $X = (x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)$, где

$$x_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, n; \quad l \leq n), \quad (3)$$

при котором целевая функция (2) принимает оптимальное (т.е. максимальное или минимальное) значение. Целевая функция выражает критерий оптимальности, в качестве которого чаще всего принимается экономический критерий, который представляет собой минимум расходов (финансовых, энергетических, сырьевых, трудовых) на реализацию поставленной задачи. В электроэнергетике в зависимости от условий задачи могут приниматься и другие критерии оптимальности, а именно [3]: 1) критерий надежности электроснабжения; 2) критерий качества электроэнергии; 3)

критерий наименьшего негативного действия на окружающую среду (экологический критерий).

Рассмотрим пример оптимизационной задачи в электроэнергетике [3]. Необходимо определить максимальную прибыль предприятия, которое выпускает изделия трех видов ($i=1,2,3$). Для изготовления каждого i -го изделия необходимо три вида ресурсов: энергетические, финансовые и сырьевые ($j=1,2,3$).

Исходные данные: 1) наличие на предприятии каждого j -го ресурса b_j ; $b_1 = 50$ е.э. (единиц энергии), $b_2 = 100$ у.е., $b_3 = 150$ е.с. (единиц сырья); 2) норма затрат j -го ресурса на одно изделие i -го вида: а) энергии $a_{11} = 2$, $a_{12} = 2$, $a_{13} = 3$ е.э.; б) финансовых средств $a_{21} = 6$, $a_{22} = 5,5$, $a_{23} = 4$ у.е.; 3) сырья $a_{31} = 4$, $a_{32} = 6$, $a_{33} = 8$ е.с.; в) прибыль z_i от реализации одного i -го изделия: $z_1 = 8$, $z_2 = 11$, $z_3 = 12$ у.е.; 4) минимальное количество b_4 всех видов изделий, которые предприятие должно изготовить: $b_4 = 15$ изделий.

Решение. Обозначим x_1, x_2, x_3 - количество 1-го, 2-го и 3-го видов изделий. Тогда экономико-математическая модель задачи примет вид:

$$Z = 8x_1 + 11x_2 + 12x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 50, \\ 6x_1 + 5,5x_2 + 4x_3 \leq 100, \\ 4x_1 + 6x_2 + 8x_3 \leq 150, \\ x_1 + x_2 + x_3 \geq 15. \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Решим задачу на ЭВМ с применением MS Office Excel (рис. 1) [].

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г
1			ПЕРЕМЕННЫЕ				
2	Имя	X1	X2	X3			
3	Значение	0	11,76471	8,823529	Значение	Направление	
4	Козф. ЦФ	8	11	12	235,2941	max	
5							
6			ОГРАНИЧЕНИЯ				
7	Вид				Лев.часть	Знак	Прав.часть
8	Энергия	2	2	3	50	<=	50
9	Финансы	6	5,5	4	100	<=	100
10	Сырье	4	6	8	141,1765	<=	150
11	Всего	1	1	1	20,58824	>=	15

Рис. 1. Исходные данные и результаты задачи.

Поскольку количество изделий не может быть дробным числом, то округляем их к ближайшим целым числам. Таким образом, для получения предприятием прибыли изделия 1-го вида выпускать не нужно, изделия 2-го и 3-го видов нужно выпускать в количестве $x_2 \approx 12$, $x_3 \approx 9$ соответственно. Максимальная прибыль равняется $Z \approx 235,29$ у.е.

Проведем анализ оптимального решения на чувствительность (рис. 2) [4]. Из рис. 2 видно, что для увеличения прибыли необходимо увеличить запас энергетических ресурсов на 3,75 е.э., а финансовых - на 37,5 у.е. Так, при увеличении только энергетических ресурсов получим: $x_1 = 0$, $x_2 = 10$, $x_3 \approx 11$, $Z_1 = 245$, а при увеличении только финансовых ресурсов - $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 0$, $Z_2 = 275$. Следовательно, в первую очередь выгодно увеличивать запасы финансовых ресурсов.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости							
2	Рабочий лист: [Книга1]Лист1							
3	Отчет создан: 15.01.2012 23:07:39							
4								
5								
6	Изменяемые ячейки							
7			Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое	
8	Ячейка	Имя	значение	стоимость	Коэффициент	Увеличение	Уменьшение	
9	\$B\$3	Значение X1	0	-3,529411765	8	3,529411765	1E+30	
10	\$C\$3	Значение X2	11,76470588	0	11	5,5	3	
11	\$D\$3	Значение X3	8,823529412	0	12	4,5	4	
12								
13	Ограничения							
14			Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое	
15	Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение	
16	\$E\$8	Энергия Лев. часть	50	2,588235294	50	3,75	13,63636364	
17	\$E\$9	Финансы Лев. часть	100	1,058823529	100	37,5	33,33333333	
18	\$E\$10	Сырье Лев. часть	141,1764706	0	150	1E+30	8,823529412	
19	\$E\$11	Всего Лев. часть	20,58823529	0	15	5,588235294	1E+30	

Рис. 2. Отчет по устойчивости.

Выводы

1. Проведен анализ современного состояния электроэнергетической отрасли и использования ТЭР в Украине. Отмечено, что эффективным способом исследования эффективности использования ТЭР в электроэнергетике является математическое моделирование.
2. Рассмотрены особенности экономико-математического моделирования в энергетике, а именно применение кроме экономического критерия оптимальности критериев надежности электроснабжения, качества электроэнергии и наименьшего негативного действия на окружающую среду.
3. Представлен пример оптимизационной задачи в электроэнергетике, построена ее экономико-математическая модель и проведено решение с применением MS Office Excel.
4. Проведен анализ оптимального решения задачи на чувствительность, на основании которого предложены рекомендации по максимизации прибыли, а именно увеличение запасов финансовых ресурсов.

¹ Білоцерківський О.Б. Сучасний стан та перспективи розвитку енергозбереження в Україні // Матеріали VII-го міжнародного форуму молодіж «Молодь і сільськогосподарська техніка в XXI столітті», 6-7 квітня 2011 г. – Х.: ХНТУСГ, 2011. – С. 153.

² Білоцерківський О.Б., Ширяєва Н.В., Замула О.О. Економіко-математичне моделювання: текст лекцій. – Х.: НТУ „ХПІ”, 2010. – 108 с.

³ Костин В.Н. Оптимизационные задачи электроэнергетики. – СПб.: СЗТУ, 2003. – 120 с.

⁴ Мур Д.Х., Уэдерфорд Л.Р. Экономическое моделирование в Microsoft Excel. – М.: Вильямс, 2004. – 1024 с.